

پاسخنامه تشریحی

- ۱

$$D_f : x \geq 2, \quad D_g = \{0, 3, 5\}$$

$$D_{fog} = \{x \in D_g | g(x) \in D_f\} = \{x = 0, 3, 5 | g(x) \geq 2\} = \{0, 3\}$$

$$fog(0) = f(g(0)) = f(3) = \sqrt{3-2} = \sqrt{1}, \quad fog(3) = f(g(3)) = f(2) = 0$$

$$fog = \left\{ (0, \sqrt{1}), (3, 0) \right\}$$

$$D_{gof} = \{x \in D_f | f(x) \in D_g\} = \{x \geq 3 | f(x) = 0, 3, 5\}$$

$$f(x) = 0 \rightarrow \sqrt{x-2} = 0 \rightarrow x = 2 \rightarrow f(x) = 3 \rightarrow \sqrt{x-2} = 3 \rightarrow x = 11$$

$$f(x) = 5 \rightarrow \sqrt{x-2} = 5 \rightarrow x = 27 \rightarrow D_{gof} = \{2, 11, 27\}$$

$$gof(2) = g(f(2)) = g(0) = 3, \quad gof(11) = g(f(11)) = g(3) = 2$$

$$gof(27) = g(f(27)) = g(5) = -9 \rightarrow gof = \{(2, 3), (11, 2), (27, -9)\}$$

۲ - محدوده‌های دو تابع f و g را به صوت زیر یکسان می‌کنیم.

$$f(x) = \begin{cases} 2x & x \geq 3 \\ 2x & 1 < x < 3 \\ x^2 - 1 & x \leq 1 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} x - 3 & x \geq 3 \\ 1 + x & 1 < x < 3 \\ 1 + x & x \leq 1 \end{cases}$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = \begin{cases} 2x - (x - 3) & x \geq 3 \\ 2x - (1 + x) & 1 < x < 3 \\ x^2 - 1 - (1 + x) & x \leq 1 \end{cases}$$

$$(f - g)(x) = \begin{cases} x + 3 & , \quad x \geq 3 \\ x - 1 & , \quad 1 < x < 3 \\ x^2 - x - 2 & , \quad x \leq 1 \end{cases}$$

۳ - تابع f تابع خطی است که از نقاط $(0, 2)$ و $(5, 0)$ می‌گذرد پس داریم:

$$m = \frac{2 - 0}{0 - 5} = -\frac{2}{5} \Rightarrow y - 2 = -\frac{2}{5}(x - 0) \Rightarrow y = f(x) = -\frac{2}{5}x + 2, D_f = \mathbb{R}$$

تابع g تابع خطی است که از نقاط $(0, -3)$ و $(2, 0)$ می‌گذرد، پس داریم:

$$m = \frac{-3 - 0}{0 - 2} = \frac{3}{2} \Rightarrow y - (-3) = \frac{3}{2}(x - 0) \Rightarrow y = g(x) = \frac{3}{2}x - 3, D_g = \mathbb{R}$$

$$D_f \cap D_g = \mathbb{R} \Rightarrow D_{f+g} = \mathbb{R}, (f + g)(x) = f(x) + g(x) = -\frac{2}{5}x + 2 + \frac{3}{2}x - 3$$

$$\Rightarrow (f + g)(x) = \frac{11}{10}x - 1$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = -\frac{2}{5}x + 2 - \frac{3}{2}x + 3 = -\frac{19}{10}x + 5, D_{f-g} = \mathbb{R}$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = \left(-\frac{2}{5}x + 2\right)\left(\frac{3}{2}x - 3\right) = -\frac{3}{5}x^2 + \frac{6}{5}x + 3x - 6$$

$$(f \cdot g)(x) = -\frac{3}{5}x^2 + \frac{21}{5}x - 6, D_{fg} = \mathbb{R}$$

- ۴



$$f(x) = \sqrt{4 - x^2} \quad D_f = ? \quad D_g = ?$$

$$g(x) = \frac{x+2}{x-1} \quad D_g = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$4 - x^2 \geq 0 \Rightarrow -x^2 \geq -4 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow |x| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 = D_f$$

$$D_{g \circ f} = \{x | x \in D_f, f(x) \in D_g\} = \{-2 \leq x \leq 2, \sqrt{4 - x^2} \neq 1\}$$

$$4 - x^2 \neq 1 \Rightarrow -x^2 \neq -3 \Rightarrow x \neq \pm\sqrt{3} \quad D_{g \circ f} = [-2, 2] - \{\pm\sqrt{3}\}$$

$$g(f(x)) = \frac{\sqrt{4 - x^2} + 2}{\sqrt{4 - x^2} - 1}$$

۵ - با توجه به نمودار سؤال داریم:

$$f(-6) = -5 \Rightarrow f^{-1}(-5) = -6, \quad f(3) = 2 \Rightarrow f^{-1}(2) = 3$$

$$\frac{(g \circ f)(-2) + (g \circ g)(4)}{(f^{-1} \circ g)(3) - f^{-1}(-5)} = \frac{g(f(-2)) + g(g(4))}{f^{-1}(g(3)) - (-5)} = \frac{g(0) + g(0)}{f^{-1}(3) + 5} = \frac{4 + 4}{3 + 5} = \frac{8}{9}$$

الف) با استفاده از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

$$\xrightarrow{\rho = 5 \times 10^{-8} \Omega.m, R = 8 \Omega} \quad \lambda = 5 \times 10^{-8} \times \frac{L}{\frac{\pi}{4} \times (6 \times 10^{-3})^2}$$

$$\Rightarrow L = 54m$$

ب) با ثابت ماندن جرم سیم با توجه به رابطه چگالی، حجم آن نیز ثابت می ماند، یعنی داریم:

$$m_1 = m_2 \Rightarrow \rho V_1 = \rho V_2 \Rightarrow A_1 L_1 = A_2 L_2 \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = \frac{L_1}{L_2}$$

$$\xrightarrow{A = \frac{\pi}{4} d^2} \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 = \frac{L_1}{L_2}$$

حال با توجه به رابطه مقایسه‌ای $R = \rho \frac{L}{A}$ بین حالت اول و دوم داریم:

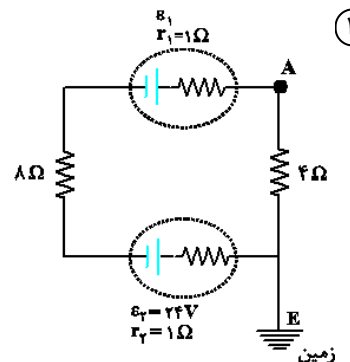
$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2}$$

$$\xrightarrow{\rho_2 = \rho_1, A = \frac{\pi}{4} d^2} \quad \frac{R_2}{R_1} = 1 \times \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 \times \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 = \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^4$$

$$\frac{L_2}{L_1} = \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2$$

$$\xrightarrow{\frac{R_1 = 8 \Omega}{d_2 = \frac{d_1}{2}}} \quad \frac{R_2}{8} = 2^4 \Rightarrow R_2 = 128 \Omega$$

$$\Rightarrow R_2 = 8 \times 16 = 128 \Omega$$



گزینه «۱»

ابتدا با استفاده از پتانسیل الکتریکی نقطه A می‌توانیم جریان گذرنده از مدار را بیابیم، داریم:

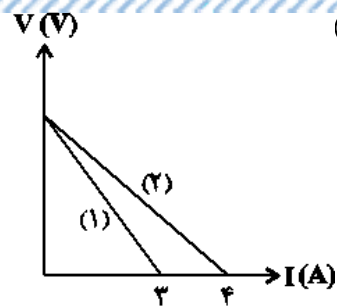
$$V_E - IR = V_A \Rightarrow 0 - 4I = -4 \Rightarrow I = 1A$$

بنابراین جریان در مدار پادساعتگرد است و در نتیجه باتری $\mathcal{E}_2$ محرکه و $\mathcal{E}_1$ ضد محرک است

$$I = \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{R_{js} + r_1 + r_2} \Rightarrow 1 = \frac{24 - \mathcal{E}_1}{(8 + 4) + 1 + 1} \Rightarrow \mathcal{E}_1 = 10V$$

اختلاف پتانسیل دو سر مولد ضد محرکه $\mathcal{E}_1$ برابر است با:

$$V_1 = \mathcal{E}_1 + Ir_1 \Rightarrow V_1 = 10 + 1 \times 1 = 11V$$



گزینه درست: ۲

سوال ۳

گزینه «۲»

بدیهی است که نیروی محرکه مولدها یکسان است. $(I = 0 \Rightarrow \varepsilon_1 = \varepsilon_2)$ از طرفی می‌دانیم که شیب نمودار داده شده معادل $(-r)$ است. بنابراین داریم:

ε نیروی محرکه و r مقاومت درونی مولد است.)

$$\begin{cases} r_1 = \frac{\varepsilon_1}{3} \\ r_2 = \frac{\varepsilon_2}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{\frac{\varepsilon_1}{3}}{\frac{\varepsilon_2}{4}} \xrightarrow{\varepsilon_1 = \varepsilon_2} \frac{r_1}{r_2} = \frac{4}{3}$$

۱

سوال ۱ گزینه درست: null

جزء مآب

۲

سوال ۲ گزینه درست: null

باور به معاد رستاخیز.

۳

سوال ۳ گزینه درست: null

الف) معطوف

ب) بدل

۴

سوال ۴ گزینه درست: null

غیر اسنادی

۵

سوال ۵ گزینه درست: null

شمس: شمس تبریزی - خورشید

۶

سوال ۶ گزینه درست: null

دل حاصل عشق و روح است

۷

سوال ۷ گزینه درست: null

چهار غلط املایی در متن وجود دارد. واژه‌های «عازم»، «رضوان»، «مناسک» و «محضر» با املاي نادرست نوشته شده‌اند.

۸

سوال ۸ گزینه درست: null

تضمین شاعر به عمد مصرع معروفی از شاعر دیگر را در شعر خود وارد می کند

۹

سوال ۹ گزینه درست: null

کتاب «اسرارنامه» از عطار و بدیع‌الزمان فروزانفر خالق «زندگانی جلال‌الدین محمّد، مشهور به مولوی» است.

۱۰

سوال ۱۰ گزینه درست: null

مسند ← صدایش ، آهسته بود.

قید ← او آهسته وارد شد.

①

گزینه درست: null

سوال ۱

ترجمه جمله: «چیزهای زیادی بود که میخواستیم قبل از ترک آنجا ببینیم و انجام بدهیم، ولی به قدر کافی وقت نبود تا تمام آن کارها را در 48 ساعت تمام کنیم.»
نکته مهم درسی
عبارت “not nearly enough” به معنی «نه به قدر کافی» بهکار می‌رود.

②

گزینه درست: null

سوال ۲

(۱) چرخاندن
(۲) گشت زدن (اینترنت)
(۳) اسکیت کردن
(۴) آهسته دویدن، پیاده‌روی کردن

③

گزینه درست: null

سوال ۳

ترجمه جمله: «الف: امسال برداشت محصول چگونه بود؟»
«ب: عالی‌ه! ما برنج زیادی تولید کردیم. لطفاً یک کیسه بردارید و مقداری ببرید.»
این سؤال در مورد کاربرد صفات کمی (a lot of, lots of, much, etc) قبل از اسامی غیر قابل شمارش و قابل شمارش جمع و کاربرد “a, an” قبل از اسامی قابل شمارش مفرد است. البته اگر اسم مفرد با حرف صدادار (a – e – i – o – u) شروع شود و صدادار تلفظ شود، “an” به جای “a” بهکار می‌رود. “bag” با حرف بی‌صدا شروع می‌شود، پس قبل از آن “a” بهکار می‌رود. “rice” به معنی برنج، اسم غیر قابل شمارش است و قبل از آن “lots of” بهکار می‌رود و “some” می‌تواند به عنوان ضمیر برای اشاره به “rice” بهکار رود.

④

گزینه درست: null

سوال ۴

ترجمه جمله: «الف: چند دانش‌آموز در کلاس حضور دارند؟»
«ب: تعداد زیادی حاضرند.»
“students” اسم قابل شمارش است، بنابراین نمی‌تواند با کلماتی مانند “much, little, a little” بهکار رود. نکته مهم این سؤال آن است که “a lot of” صفت است و بنابراین باید قبل از یک اسم بهکار رود. اما “a lot” قید است و بعد از فعل “are” در این جمله می‌تواند استفاده شود.

⑤

گزینه درست: null

سوال ۵

my mother → S made → V cookies → O Last night → (AT)

⑥

گزینه درست: ۲

سوال ۶

گزینه «2»

ترجمه جمله: «بنابر گفته دانشمندان، جمعیت این حیوان می‌تواند در کمتر از پنج سال از 1200 به 1500 افزایش یابد.»

(1) بدست آوردن
(2) افزایش یافتن
(3) کاهش یافتن
(4) فروختن

⑦

گزینه درست: ۳

سوال ۷

گزینه «3»

ترجمه جمله: «چون او خانه فعلی‌اش را دوست ندارد، می‌خواهد به‌زودی دنبال یک آپارتمان جدید بگردد.»

(1) علاقه‌مند
(2) سخت‌کوش
(3) فعلی، کنونی
(4) ماهر

⑧

گزینه درست: ۲

سوال ۸

گزینه «2»

ترجمه جمله: «اگر قرار است شب را در چادر بخوابید، باید لباس گرم را هم در لیست موارد ضروری خود بگنجانید.»

(1) ملاقات کردن
(2) شامل شدن، گنجانیدن، در خود داشتن
(3) یافتن
(4) کمک کردن

گزینه‌ی «3»

ترجمه جمله: «برای متقاضیان جدید، داشتن مهارت‌های ارتباطی گفتاری و نوشتاری خوب به زبان انگلیسی و اسپانیایی یک مزیت است، اما ضروری نیست.»

(2) محدوده

(1) تفاوت

(4) منطقه

(3) مهارت